Übungen - Blatt 9

→ 06.05.2011

Aufgabe 1

1. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Pic}(\mathbb{P}^2) = C\ell(\mathbb{P}^2) = \mathbb{Z}$.
2. Finden sie ein Cartier Divisor äquivalent zu der Gerade $x_0 = 0$.

Aufgabe 2

Sei $\pi\colon X \to \mathbb{P}^2$ die Aufblasung von m Punkten $p_1, \dots, p_m$ so dass je drei Punkte nicht auf einer Geraden liegen.

1. Für $i \neq j$, sei $L_{ij} \subset \mathbb{P}^2$ die Gerade durch p_i und p_j, und $\widetilde{L_{ij}} \subset X$ sei die strikte Transformierte. Zeigen Sie dass $(\widetilde{L_{ij}})^2 = -1$.
2. Für $i = 1, \dots, m$, sei $E_i = \pi^{-1}(p_i) \subset X$.
3. Zeichen Sie für $m = 2, 3, 4, 5$ ein Diagram von den Kurven $\widetilde{L_{ij}}$ und E_i auf X, wo man die Schnittpunkte sieht.

Aufgabe 3

Sei $\pi\colon X \to \mathbb{P}^2$ die Aufblasung von 6 Punkten $p_1, \dots, p_6$ so dass je drei Punkte nicht auf einer Geraden liegen, und so dass alle nicht auf der gleichen Quadrik (Kegelschnitt) liegen.

1. Für $i = 1, \dots, 6$, sei $E_i = \pi^{-1}(p_i) \subset X$.
2. Für $i = 1, \dots, 6$, sei $Q_i \subset \mathbb{P}^2$ die Quadrik durch $\{p_1, \dots, p_6\} \backslash \{p_i\}$, und $\widetilde{Q}_i \subset Q$ sei die strikte Transformierte. Zeigen Sie, dass $(\widetilde{Q}_i)^2 = -1$.
3. Zeichen Sie ein Diagram von den Kurven $\widetilde{Q}_i$ und E_i auf X, wo man die Schnittpunkte sieht.