Übungen - Blatt 8

→ 27.04.2011

Aufgabe 1

1. Sei $F \in \mathbb{C}[x_0, \dots, x_n]$ ein irreduzibles homogenes Polynom. Zeigen Sie dass

$$P_F = \{(x_0 : \dots : x_n) \in \mathbb{P}^n \mid F(x_0, \dots, x_n) = 0\}$$

   ein Primdivisor von $\mathbb{P}^n$ ist.

2. Sei P ein Primdivisor von $\mathbb{P}^n$, zeigen Sie dass $P = P_F$ für ein irreduzibles homogenes Polynom $F \in \mathbb{C}[x_0, \dots, x_n]$ gilt.

Aufgabe 2

Sei $X \subset \mathbb{P}^m$ eine projektive Varietät, die in keiner Hyperebene liegt. Wir sagen, dass eine Untermenge $V \subset X$ ein *Hyperebenenschnitt* ist, wenn eine Hyperebene $H \subset \mathbb{P}^m$ existiert, so dass $V = X \cap H$ gilt.

1. Zeigen Sie, dass jeder hyperebene Sektion V von X Dimension $\dim X - 1$ hat. Wir können dann V als ein Divisor von X sehen.

2. Zeigen Sie, dass zwei Hyperebenschnitte von X immer linear äquivalent sind.

Aufgabe 3

Sei $X = \{(w : x : y : z) \in \mathbb{P}^3 \mid w(w^2 + x^2) = y(y^2 + z^2)\}$. Zeigen Sie, dass die Kurven

$$C = \{(w : x : y : z) \in \mathbb{P}^3 \mid w = y, x^2 + z^2 = 0\}$$
$$D = \{(w : x : y : z) \in \mathbb{P}^3 \mid w = 2y, 7y^2 + 2x^2 - z^2 = 0\}$$

auf X liegen. Sind diese Kurven irreduzibel?
Beweisen Sie, dass $C \sim D$ in $\mathrm{Div}(X)$.