Übungen - Blatt 4

→ 25.03.2011

Aufgabe 1

Für jede rationale Abbildung $f\colon X \dashrightarrow Y$, finden Sie die Punkte $x \in X$, wo die rationale Abbildung f regulär ist. Ist f ein Morphismus? Ist f birational? Wenn ja, ist f^{-1} ein Morphismus? Der Körper ist immer $\mathbb{C}$.

1. $X = \mathbb{P}^1, Y = \left\{(x:y:z) \in \mathbb{P}^2 \;\middle|\; xyz = x^3 + y^3\right\}$,
   $f\colon (u:v) \mapsto (uv^2 : u^2v : (v-u)(u^2+uv+v^2))$;

2. $X = \mathbb{P}^1, Y = \left\{(x:y:z) \in \mathbb{P}^2 \;\middle|\; xy^2 = z^3\right\}$,
   $f\colon (u:v) \mapsto (u^3 : v^3 : uv^2)$;

3. $X = Y = \mathbb{P}^1$, $f\colon (x:y) \mapsto (x^2 : y^2)$;

4. $X = \left\{(w:x:y:z) \in \mathbb{P}^3 \;\middle|\; w^3 + x^3 + y^3 + z^3 = 0\right\}, Y = \mathbb{P}^1$,
   $f\colon (w:x:y:z) \mapsto (w+x : y+z)$

5. $X = \left\{(w:x:y:z) \in \mathbb{P}^3 \;\middle|\; w^3 + x^3 + y^3 + z^3 = 0\right\}, Y = \mathbb{P}^1$,
   $f\colon (w:x:y:z) \mapsto (w+x : y-z)$

6. $X = \left\{(w:x:y:z) \in \mathbb{P}^3 \;\middle|\; wx(w+x) = yz(y+z)\right\}$,
   $Y = \left\{(W:X:Y:Z) \in \mathbb{P}^3 \;\middle|\; WZ = XY\right\}$,
   $f\colon (w:x:y:z) \mapsto (wx : wz : xy : yz)$

7. $X = Y = \mathbb{P}^2$,
   $f\colon (x:y:z) \mapsto (x^3 : y^3 : z^3)$