

# Übungen - Blatt 11

→ 20.05.2011

## Aufgabe 1

Sei  $\pi: X \rightarrow \mathbb{P}^2$  die Aufblasung von den Punkten  $p_1, \dots, p_5$ , wo

$$p_1 = (1 : 0 : 0), p_2 = (0 : 1 : 0), p_3 = (0 : 0 : 1), p_4 = (1 : 1 : 1), p_5 = (-1 : 1 : 2).$$

Für  $i = 2, \dots, 5$ , sei  $C_i \subset \mathbb{P}^2$  die Gerade durch  $p_1$  und  $p_i$ , und sei  $C_1 \subset \mathbb{P}^2$  die Quadrik durch  $p_1, \dots, p_5$ .

1. Beweisen Sie die Existenz von ein Morphismus  $\eta: X \rightarrow \mathbb{P}^2$ , der die Kontraktion von  $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_5$  ist.
2. Sei  $\varphi: \mathbb{P}^2 \dashrightarrow \mathbb{P}^2$  die birationale Transformation  $\varphi = \eta \circ (\pi)^{-1}$ . Was ist das Bild von eine allgemeine Gerade durch  $p_1$  ?
3. Welche Grad hat das Linearsystem von  $\varphi$  ?
4. Finden Sie Polynomen  $P_2, P_3 \in \mathbb{C}[x, y, z]$  homogen von Grad 2 und 3 so dass  $\varphi$  durch

$$(x : y : z) \dashrightarrow (P_3(x, y, z) : yP_2(x, y, z) : zP_2(x, y, z))$$

gegeben ist, und so dass  $\varphi = \varphi^{-1}$ .