Übungen - Blatt 1

Abgabe: *1. Oktober 2013 in der Vorlesung oder bis 12.00 Uhr im Math. Institut.*
3. Oktober bis 10.30 Uhr im Math. Institut für die Übungsgruppe vom Montag.

Aufgabe 1

Beschreiben Sie die folgenden Mengen

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x+y=1, 3x+y=2\},$$
$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x+y=1, 3x+3y=2\},$$
$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y+3z=1, x-y+z=2\}.$$

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden Gleichheiten

$$\begin{aligned} L=(0,1,2)+\mathbb{R}(1,2,3) &= \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1-x_2=-1, 3x_1-x_3=-2\}, \\ &= \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x_2-2x_3=-1, x_1+x_2-x_3=-1\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Beschreiben Sie die folgenden Mengen

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x+4y+5z=1, x-2y+3z=2, x+8y-z=3\},$$
$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x+4y+5z=1, x-2y+3z=2, x+8y-z=-3\}.$$

Aufgabe 4

1. Sei $v \in \mathbb{R}^4$ und $w=(0,0,0,0) \in \mathbb{R}^4$. Sind v und w linear abhängig?
2. Für jedes $v \in \mathbb{R}^3$ gibt es ein $w \in \mathbb{R}^3$, so dass v und w linear unabhängig sind.

Aufgabe 5

Beweise: zwei Vektoren $v=(v_1,v_2)$ und $w=(w_1,w_2)$ von $\mathbb{R}^2$ sind genau dann linear abhängig, wenn $v_1w_2-v_2w_1=0$.

Aufgabe 6

1. Beweisen Sie, dass es eine bijektive Abbildung $f_1 \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}^2$ gibt.
2. Benützen Sie f_1, um eine bijektive Abbildung $\mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}^3$ und eine bijektive Abbildung $\mathbb{N} \to \mathbb{N}^3$ zu beschreiben.