Universität Basel
Mathematik

Übungen - Blatt 0

für die erste Woche. Muss nicht abgeben sein. Wird die zweite Woche diskutiert sein.

Aufgabe 1

Sei $X, Y, X_1, \dots, X_n$ Mengen (wo $n \in \mathbb{N}$). Verbinden Sie die Aussagen, die äquivalent sind.

Aus $x \in X$ folgt $x \in Y$. •	• $X = \bigcup_{i=1}^{n} X_i$
Jedes Element von X ist in ein X_i enthaltet, für ein $i \in \{1, \dots, n\}$. •	• $X \subset Y$
$Y \subset X$ •	• $\forall x \in X \; \exists i \in \{1, \dots, n\}$, so dass $x \in X_i$.
Jedes $x \in X$ liegt in alle X_i mit $i = 1, \dots, n$. •	• $X \subset \bigcup_{i=1}^{n} X_i$
Es gibt ein $y \in Y$, das in X liegt. •	• $X \subset \bigcap_{i=1}^{n} X_i$

Aufgabe 2

Eine Abbildung $f : X \to Y$ zwischen zwei Mengen heisst

1. *injektiv*, wenn gilt : aus $x, x' \in X$ und $f(x) = f(x')$ stets $x = x'$ folgt.
2. *surjektiv*, wenn gilt: zu jedem $y \in Y$ gibt es ein $x \in X$ mit $f(x) = y$.
3. *bijektiv*, wenn f injektiv und surjektiv ist.

Welche von den folgenden Abbildungen sind injektiv? surjektiv? bijektiv?

$$f_1 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 3x+1 \end{array} \qquad f_2 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2-2 \end{array} \qquad f_3 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\} \\ x & \mapsto & x^2-2 \end{array}$$

$$f_4 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^3 \\ (x,y) & \mapsto & (x^2, y, x+y^2) \end{array} \qquad f_5 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^2 \\ x & \mapsto & (x^2, x^3+1) \end{array} \qquad f_6 : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y,z) & \mapsto & x^3+y^2-z^2 \end{array}$$

Gibt es eine bijektive Abbildung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{Z}$?

Aufgabe 3

Seien A, B Aussagen. Welche von den folgenden Behauptungen sind äquivalent? Welche impliziert welche?

1) A ist wahr $\Rightarrow$ B ist wahr.	2) A ist wahr $\Rightarrow$ B ist falsch.
3) A und B können nicht beide falsch sein.	4) B ist falsch $\Rightarrow$ A ist falsch.
5) B ist äquivalent zu A.	6) A ist falsch $\Rightarrow$ B ist wahr.