Übungen - Blatt 10

→ 1.12.2014

Aufgabe 1

Sei $\mathbf{k}$ ein Körper, $f \in \mathbf{k}[x_1, \dots, x_n]$ und $g_1, \dots, g_n \in \mathbf{k}[t]$.
Wir definieren $R(t) = f(g_1, \dots, g_n) \in \mathbf{k}[t]$. Beweisen Sie, dass

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(R(t)) \cdot \frac{\partial g_i}{\partial t}.$$

Aufgabe 2

Sei $\mathbf{k}$ unendlich. Berechnen Sie $\mathbf{k}(X)$, wo

$$X = \{[x_0 : x_1 : x_2] \in \mathbb{P}^2(\mathbf{k}) \mid x_0 x_1 = (x_2)^2\}.$$

Aufgabe 3

Finden Sie für die folgenden Beispiele die Dimension von X und beschreiben Sie X_{sing}.

1. $X = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{A}^n(\mathbf{k}) \mid \sum_{i=1}^{n} (x_i)^3 = 0\}$
2. $X = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{A}^n(\mathbb{C}) \mid \sum_{i=1}^{n} (x_i)^3 = \sum_{i=1}^{n} (x_i) = 0\}$
3. $X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{A}^2(\mathbb{C}) \mid (x_1)^2 = \prod_{i=1}^{n} (x_2 - a_i)\}$, wo $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{C}$.