Übungen - Blatt 12

→ 12.12.2011

Aufgabe 1*

Finden Sie ein Integritätsring A und ein A-Modul M, so dass M teilbar ist, aber nicht injektiv ist.

Aufgabe 2

Ist der Ring A noethersch?

1. $A = \mathbb{Z}$;
2. $A = \mathbb{R}$.
3. $A = \mathbb{Z}[X_1, X_2, X_3 \dots]$.
4. $A = \{$Ganzen Funktionen $\mathbb{C} \to \mathbb{C}\}$.
5. $A = \{$Stetig Funktionen $[0,1] \to \mathbb{R}\}$.

Aufgabe 3

Wei A ein noetherscher Ring ist, ist jeder Unterring $B \subset A$ noethersch?

Aufgabe 4

Sei A ein Ring. Die folgenden Behauptungen sind äquivalent:

1. A ist noethersch;
2. Für jede Folge $(M_i)_{i \in I}$ von injektive A-Moduln ist $\bigoplus_{i \in I} M_i$ injektiv.

Beweisen Sie $(1) \Rightarrow (2)$.
$(2) \Rightarrow (1)$ *wird in Vorlesung bewiesen sein.*

Aufgabe 5

Was sind diese Tensorprodukten isomorph zu?

1. $\mathbb{Q} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$
2. $\mathbb{Q} \otimes_{\mathbb{Z}} (\mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$
3. $\mathbb{Q}/\mathbb{Z} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$.