

Übungen - Blatt 9

Aufgabe 1

Sei G eine Gruppe, die auf drei *abelsche* Gruppen A, B, C operiert. Sei

$$1 \longrightarrow A \xrightarrow{\varphi} B \xrightarrow{\psi} C \longrightarrow 1$$

eine exakte Folge von G -Gruppenhomomorphismen.

Beweisen Sie, dass die Folge

$$1 \longrightarrow \mathcal{C}^n(G, A) \xrightarrow{\varphi_*} \mathcal{C}^n(G, B) \xrightarrow{\psi_*} \mathcal{C}^n(G, C) \longrightarrow 1$$

exakt ist, für jedes $n \geq 0$.

Aufgabe 2

Sei $G = \{1, \sigma\}$ die Gruppe mit zwei Elementen und $A = \{1, \rho, \rho^2\}$ die Gruppe mit drei Elementen. Die Gruppe G operiert auf A durch $\sigma(\rho) = \rho^2$.

Berechnen Sie $H^2(G, A)$.

Für jede $e \in H^2(G, A) \cong \text{EXT}(A, G)$ finden Sie eine exakte Folge

$$1 \longrightarrow A \longrightarrow H \xrightarrow{\pi} G \longrightarrow 1$$

die in der Äquivalenzklasse liegt.

Aufgabe 3

Gleiche Frage als Aufgabe 2, aber mit $G = \{1, \rho, \rho^2\}$ und $A = \{1, a, b, ab\}$, die Kleinsche Gruppe (mit $a^2 = b^2 = 1, ab = ba$), und wo die Aktion von G auf A ist

$$\rho(a) = b, \rho(b) = ab, \rho(ab) = a.$$