Übungen - Blatt 7

Aufgabe 1

Sei G eine Gruppe, die auf einer abelsche Gruppe A operiert.
Für $n \geq 1$, beweisen Sie, dass die folgende Abbildung ein Gruppenisomorphismus ist.

$$\begin{array}{ccc} C^n(G,A) & \xrightarrow{\rho_n} & \mathscr{C}^n(G,A) \\ f & \mapsto & [(g_1,\ldots,g_n) \mapsto f(1,g_1,g_1g_2,\ldots,g_1g_2\cdots g_n)] \end{array}$$

Aufgabe 2

Sei G eine endliche Gruppe, die auf eine abelsche Gruppe A_i operiert, für jedes $i \in I$. Beweisen Sie, dass

$$H^r(G,\prod_{i\in I} A_i) = \prod_{i\in I} H^r(G,A_i)$$

für jedes $r \geq 0$.

Aufgabe 3

Sei G die Gruppe mit zwei Elementen und sei $\sigma \in G$ die nicht triviale Element. Die Gruppe G operiert auf $(\mathbb{C},+)$ durch $\sigma(x) = \bar{x}$.
Beweisen Sie, dass $H^2(G,\mathbb{C}) = \{0\}$.