# Übungen - Blatt 6

## Aufgabe 1

Sei $G$ eine endliche Gruppe, die auf ein Körper $K$ operiert. Beweisen Sie, dass

$$H^1(G, \mathrm{SL}(n,K)) = \{1\}.$$

*Tipp: Die Gruppe* $\mathrm{SL}(n,K)$ *ist das Kern der Abbildung* $\det\colon \mathrm{GL}(n,K) \to K^*$.

## Aufgabe 2

Sei $K$ ein Körper. Bewiesen Sie, dass $\mathrm{GL}(n,K) \simeq \mathrm{SL}(n,K) \rtimes K^*$.

## Aufgabe 3

Sei $G$ die Gruppe mit zwei Elementen und sei $\sigma \in G$ die nicht triviale Element. Die Gruppe $G$ operiert auf jede Gruppe $A$, mit $\sigma(a) = a^{-1}$.

1. Beschreiben Sie die Konjugationsklassen von $A \rtimes G$ (bezüglich die Konjugationsklassen von $A$).
2. Was passiert wenn $A = \mathbb{Z}$ ?
3. Was passiert wenn $A = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ? (Hier $A \rtimes G$ ist die Diedergruppe von Ordnung $2n$).