

# Übungen - Blatt 5

## Aufgabe 1

Seien  $N, H$  zwei Gruppen, so dass  $H$  auf  $N$  operiert. Wir definieren eine Gruppe  $N \rtimes H$  wie folgt:

(1) als Menge ist  $N \rtimes H$  gleich als  $N \times H = \{(n, h) \mid n \in N, h \in H\}$ .

(2) Die Verknüpfung ist die folgende:  $(n_1, h_1)(n_2, h_2) = (n_1 h_1(n_2), h_1 h_2)$ .

Beweisen Sie, dass  $N \rtimes H$  eine Gruppe ist.

## Aufgabe 2

Seien  $H = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$  und  $N = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ . Beweisen Sie die folgende Behauptung:

Die Gruppe  $N \rtimes H$  ist isomorph zu  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  wenn die Aktion trivial ist, oder zur  $\text{Sym}_3 = D_6$  wenn die Aktion nicht trivial ist.