Übungen - Blatt 11

Aufgabe 1

Sei G die Gruppe mit zwei Elementen und sei $\sigma \in G$ die nicht triviale Element. Die Gruppe G operiert auf $(\mathbb{C}(x)^*, \cdot)$ durch $\sigma(f(x)) = \overline{(f(\bar{x}))}$.
Beweisen Sie, dass $H^2(G, \mathbb{C}(x)^*)$ unendlich ist.
Tipp: Benützen Sie Aufgabe 3 *von Blatt* 8*, und finden Sie ein Erzeugendensystem von* $\mathbb{C}(x)^*$.

Aufgabe 2

Sei G die Gruppe mit zwei Elementen und sei $\sigma \in G$ die nicht triviale Element. Die Gruppe G operiert auf $(\mathbb{C}(x)^*, \cdot)$ durch $\sigma(f(x)) = f(-x)$.
Beweisen Sie, dass $H^2(G, \mathbb{C}(x)^*)$ trivial ist.
Tipp: Benützen Sie Aufgabe 3 *von Blatt* 8*, und finden Sie ein Erzeugendensystem von* $\mathbb{C}(x)^*$.

Aufgabe 3

Sei G eine Gruppe, die auf einem Körper L operiert. Für die folgende Beispiele von G und L, berechnen Sie $K = L^G$ und finden Sie ein Element $\theta \in L$, so dass

$$L = \bigoplus_{g \in G} g(\theta) K.$$

1. $L = \mathbb{C}$, $G = \{1, \sigma\}$ mit $\sigma(x) = \bar{x}$.
2. $L = \mathbb{Q}[\xi]$, $\xi = e^{2\mathbf{i}\pi/n}$, $n \geq 2$.
   $G = (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^* = \{x \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \mid \exists y \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, xy = 1\}$, $g(\xi) = \xi^g$ für jedes $g \in G$ und $g(x) = x$ für $x \in \mathbb{Q}$.
   Machen Sie die Fälle wo n ist ein Primzahl oder $n \leq 8$.
3. $L = \mathbb{C}(x)$, $G = \{1, \sigma\}$, $\sigma(f(x)) = \overline{f(\bar{x})}$.
4. $L = \mathbb{C}(x)$, $G = \{1, \sigma\}$, $\sigma(f(x)) = f(-x)$.