

Übungen - Blatt 11

→ 30.11.2015, 12:00

Aufgabe 1

Finden Sie alle irreduziblen Polynome von $\mathbb{F}_3[X]$ vom Grad ≤ 2 .

Schreiben Sie $X^{12} - 1$ als Produkt von irreduziblen Polynomen in $\mathbb{F}_3[X]$.

Aufgabe 2

Beweisen Sie, dass $X^4 + X^2 + X + 1$ irreduzibel in $\mathbb{F}_3[X]$ ist.

Beweisen Sie, dass $X^4 + 6X^3 + 7X^2 - 5X - 2$ irreduzibel in $\mathbb{Q}[X]$ ist.

Aufgabe 3

Sei A ein faktorieller Ring und $a \in A$. Beweisen Sie, dass die folgenden Behauptungen äquivalent sind:

1. $X^3 - a^2$ ist irreduzibel in $A[X]$.
2. Es gibt kein $b \in A$, so dass $b^3 = a$.

Tipp: Beweisen Sie: $X^3 - a^2$ nicht irreduzibel impliziert, dass $X^3 - a^2$ eine Nullstelle $c \in A$ hat. Wenn $c^3 = a^2$ und $c \neq 0$, dann gilt $c|a$ und schreiben Sie $a = bc$.